

# Proiect

## Identificarea sistemelor 2023-2024

### Organizare

Acest proiect este parte obligatorie a cursului de Identificarea Sistemelor, seria B, linia de licență Ingineria Sistemelor, Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca. Nota la proiect are o pondere de 30% în nota finală a disciplinei (15% partea 1, și 15% partea 2). Proiectul va fi efectuat în grupuri de câte **trei** studenți, și rezolvarea sa necesită aproximativ 20 ore / student, depinzând și de experiența fiecăruia în MATLAB. Fiecare grup va primi seturile sale de date separate. Pentru a le primi, formați cât mai repede grupuri și trimiteți un email îndrumătorului de proiect: fie Mihalis Maer (la adresa `vicu.maer@aut.utcluj.ro`), fie Tudor Sântejudean (la adresa `tudorsantejudean@gmail.com`). Menționați numele și adresele de email ale tuturor membrilor grupului. Veți primi de asemenea un index unic de proiect pentru fiecare grup.

Proiectul constă din două probleme. În prima problemă, se va modela comportamentul unei funcții necunoscute folosind un aproximator polinomial, iar a doua problemă tratează identificarea ARX neliniară a unui sistem dinamic necunoscut, tot cu aproximare polinomială. Evaluarea se face diferit pentru cele două părți, vezi mai jos fiecare parte pentru detalii. **Regulă esențială:** Este strict interzisă copierea de cod, text, sau rezultate de la colegi sau din alte surse cum ar fi AI generativ, website-uri etc. Soluțiile vor fi examinate atent, atât direct de către profesori cât și cu metode automate, și nu se va tolera niciun fel de material copiat: încălcarea acestei reguli duce imediat la pierderea dreptului de participare la examen. În cazuri flagrante de copiere vom depune și plângeri oficiale la decanat. Fiți așadar extrem de atenți!

### Partea 1. Modelarea unei funcții necunoscute

Se dă un set de date de intrare-ieșire, unde ieșirea este generată de o funcție necunoscută, neliniară dar statică. Ieșirea este afectată de zgomot, pe care-l vom presupune aditiv, Gaussian, și de medie zero. Funcția are două variabile de intrare și una de ieșire. Va trebui dezvoltat un model pentru această funcție, folosind un aproximator polinomial. Un al doilea set de date, generat de aceeași funcție, este furnizat pentru validarea modelului dezvoltat. Cele două seturi sunt furnizate într-un fișier de date MATLAB, conținând câte o structură (tip de date MATLAB) pentru fiecare set. Structura pentru antrenarea modelului este numită `id`, iar cea pentru validare `val`. Fiecare din aceste structuri conține următoarele câmpuri:

- O colecție de coordonate  $X$  pentru intrări, unde  $X$  este un *cell array* conținând doi vectori, fiecare vector  $X\{1\}$ ,  $X\{2\}$  conținând o grilă de  $n$  puncte pentru dimensiunea  $\dim$  a intrării.
- O colecție de ieșiri corespunzătoare  $Y$ , reprezentată printr-o matrice de dimensiunea  $n \times n$ , unde  $Y(i, j)$  este valoarea funcției  $f$  în punctul  $(X\{1\}(i), X\{2\}(j))$  (afectată de zgomot).

Aproximatorul polinomial  $g$  trebuie să aibă gradul  $m$  configurabil. De exemplu, pentru primele câteva valori ale lui  $m$ , aproximatorul are forma:

$$m = 1, \quad \hat{g}(x) = [1, x_1, x_2] \cdot \theta = \theta_1 + \theta_2 x_1 + \theta_3 x_2$$

$$m = 2, \quad \hat{g}(x) = [1, x_1, x_2, x_1^2, x_2^2, x_1 x_2] \cdot \theta = \theta_1 + \theta_2 x_1 + \theta_3 x_2 + \theta_4 x_1^2 + \theta_5 x_2^2 + \theta_6 x_1 x_2$$

$$m = 3, \quad \hat{g}(x) = [1, x_1, x_2, x_1^2, x_2^2, x_1^3, x_2^3, x_1 x_2, x_1^2 x_2, x_1 x_2^2] \cdot \theta$$

unde primele două polinoame au fost scrise și explicit pentru claritate.

Odată ce gradul  $m$  este ales, antrenarea modelului constă din găsirea vectorului optim de parametri  $\theta$  pentru care polinomul  $g(x)$  se apropie cel mai mult de funcția țintă  $f(x)$  pe setul de date de identificare – matematic, vectorul  $\theta$  care minimizează suma (sau echivalent media) erorilor pătratice. Antrenarea se poate face cu metoda regresiei liniare, ținând cont de faptul că  $g$  este liniar în parametri (chiar dacă este neliniar în variabilele de intrare  $x_1, x_2$ ). Detaliile despre această metodă se găsesc în curs, Partea 2: *Baze matematice*, secțiunile despre regresia liniară. Regresorii sunt în cazul nostru poliomial puterile lui  $x_1$  și  $x_2$ , de ex. pentru  $m = 2$  ei sunt  $1, x_1, x_2, x_1^2, x_2^2, x_1x_2$ .

**Cerințele** pentru prima problemă sunt următoarele. Programați un aproximator polinomial de grad configurabil. Încercați să antrenați aproximatoare de diverse grade, pentru a-l obține pe cel mai precis. Validarea trebuie efectuată permanent pe setul diferit de date pentru validare (inclusiv pentru comparația între diverse valori ale lui  $m$ , de exemplu). Raportați eroarea medie pătratică pe ambele seturi de date (identificare și validare), și reprezentați grafic rezultatul dat de aproximator, comparat cu valorile reale ale funcției, pe cele două seturi de date. Discutați rezultatele, inclusiv alegerea gradului și erorile pe cele două seturi de date, ținând cont de discuția din curs despre alegerea modelului și supraantrenarea (en. *overfitting*) în regresie.

Chiar dacă MATLAB furnizează funcții deja implementate pentru regresia liniară cu polinoame, vi se cere să programați dvs. aproximatorul și procedura de regresie, printre altele fiindcă veți avea nevoie de experiența dezvoltată în partea a doua a proiectului. Pentru inspirație puteți examina soluția dvs. pentru laboratorul 2, *Regresia liniară pentru aproximarea funcțiilor*.

Chiar dacă MATLAB furnizează o procedură automată pentru regresia liniară cu polinoame, vi se cere să programați dvs. aproximatorul și procedura de regresie, printre altele fiindcă veți avea nevoie de experiența acumulată când veți rezolva partea a doua a proiectului, care *nu* are o implementare standard în MATLAB. Pentru inspirație puteți examina soluția dvs. pentru laboratorul 2, *Regresia liniară pentru aproximarea funcțiilor*.

## Evaluare partea 1

Soluția părții 1 constă atât din cod, cât și dintr-o prezentare (slide-uri), care va fi susținută într-o sesiune interactivă incluzând o parte de prezentare orală și o parte de răspunsuri la întrebări. Prezentările vor avea loc în săptămâna 8 a semestrului. Programul exact (intervalul orar în care prezintă fiecare grup) va fi comunicat suficient în avans. Fiecare grup are 20 de minute, din care maximum 6 sunt pentru prezentarea în sine, și minim 14 pentru întrebări. Fiți prezenți cu 20 minute în avans. Toți membrii grupului trebuie să participe și să răspundă la întrebări, și cu excepția situațiilor de forță majoră, orice student absent nu va avea proiectul validat, și ca atare nu va fi eligibil pentru examen. Nota va lua în considerare trei aspecte: soluția în sine (cod, rezultate); prezentarea; și răspunsurile la întrebări. Scopul principal al întrebărilor va fi detectarea cazurilor de plagiarism și diferențierea contribuției fiecărui student din grup, deci în general fiecare student va primi altă notă.

Prezentarea trebuie să fie coerentă, concisă, și să includă cel puțin următoarele elemente:

- O descriere a problemei.
- O foarte scurtă descriere a structurii aproximatorului și a procedurii de găsire a parametrilor.
- Orice caracteristici *esențiale* ale soluției dvs. individuale (nu includeți detalii triviale de implementare).
- Rezultate de acordare (cel puțin MSE în funcție de  $m$ , sub formă de grafic sau de tabel).
- Graficele reprezentative menționate mai sus, pentru valoarea optimă a lui  $m$ .

- Discuția menționată mai sus și o concluzie generală.

Termenul limită pentru transmiterea soluției este **12 noiembrie 2023, cel târziu la 24:00**. În caz că un grup întârzie cu trimiterea soluției, fiecare nouă zi de întârziere începută duce la pierderea a două puncte din nota maximă (de exemplu, dacă soluția este livrată în 14 noiembrie la ora 00:10AM, nota maximă devine 6 fiindcă a început deja a doua zi de întârziere).

Vă rugăm să **fiți atenți la, și să urmăriți strict**, următoarele instrucțiuni pentru trimiterea soluției. Un proces uniform și semi-automat pentru procesarea soluțiilor este esențial pentru eficiența în notare. Orice deviație de la reguli înseamnă că soluția va necesita timp adițional pentru procesare manuală, și cum acest timp în general nu este disponibil, riscați să nu vi se poată nota soluția.

- Soluția va consta din cel puțin două fișiere, denumite exact: Nume1Nume2Nume3.pdf; și Nume1Nume2Nume3.zip, unde Numei este numele de familie al studentului “i” din grupul de proiect. De exemplu: IonescuFarkasBonta.pdf și IonescuFarkasBonta.zip.
- Primul fișier este prezentarea, care trebuie livrată **în format PDF**. Opțional, se poate trimite și o variantă PPT sau PPTX, care va fi folosită în timpul sesiunii dacă este posibil. Indiferent de format, este nevoie de o prezentare (slide-uri) – **nu** trimiteți raport în locul prezentării!
- Pentru identificare, primul slide al prezentării trebuie să conțină proeminent numărul unic de identificare al grupului dvs.
- Al doilea fișier conține codul în sine, trimis separat într-o **arhivă ZIP** (ZIP clasic, nu se acceptă alte formate cum ar fi RAR sau 7Z). Important: Arhiva nu are voie să conțină subdirectoare, toate fișierele .m trebuie să fie în rădăcina arhivei.
- Aceste fișiere se vor trimite via un DropBox file request, al cărui link va fi trimis înainte de deadline. Nu trimiteți versiuni multiple, acestea nu vor fi luate în considerare. Doar prima variantă va fi luată în considerare, asigurați-vă așadar că este completă și corectă. Se trimite un singur set de fișiere pe grup.
- Data de creare a fișierului în sistemul DropBox este folosită pentru calculul penalităților de întârziere conform regulilor de mai sus.

## Partea 2. ARX neliniar

Pentru a efectua această parte din proiect, este preferabil să aveți bazele despre modele ARX *liniare* din Partea 5 a materialului de curs, *Metode ARX*, și laboratorul 6 corespunzător.

Se dă un set de date măsurat de la un **sistem dinamic** cu o intrare și o ieșire. Ordinul sistemului nu este mai mare de 3, și dinamica poate fi neliniară, în timp ce ieșirea poate fi afectată de zgomot. Vom dezvolta un model de tip cutie neagră pentru acest sistem, folosind o structură ARX neliniară de tip polinomial. Un al doilea set de date, măsurat de la același sistem, este furnizat pentru validarea modelului dezvoltat. Cele două seturi de date sunt furnizate într-un fișier MATLAB, respectiv în variabilele `id` și `val`, ambele obiecte de tip `iddata` din toolbox-ul de identificarea sistemelor. Reamintim că intrarea, ieșirea, și perioada de eșantionare sunt disponibile în câmpurile `u`, `y`, `Ts` ale acestor obiecte. În caz că toolbox-ul nu este instalat, aceleși seturi de date sunt furnizate și în format vectorial, `id_array` și `val_array`, fiecare dintre ele o matrice cu structura: valorile de timp pe prima coloană, intrarea pe a doua, și ieșirea pe ultima coloană.

Considerăm un model cu ordinele  $na$ ,  $nb$ , și întârzierea  $nk$ , folosind aceeași convenție ca și funcția MATLAB `arx`. Modelul ARX neliniar are atunci structura:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) &= p(y(k-1), \dots, y(k-na), u(k-nk), u(k-nk-1), \dots, u(k-nk-nb+1)) \\ &= p(d(k)) \end{aligned} \quad (1)$$

unde vectorul de ieșiri și intrări întârziate este notat  $d(k) = [y(k-1), \dots, y(k-na), u(k-nk), u(k-nk-1), \dots, u(k-nk-nb+1)]^T$ , și  $p$  este un polinom de gradul  $m$  de aceste variabile.

De exemplu, dacă  $na = nb = nk = 1$ , atunci  $d = [y(k-1), u(k-1)]^T$ , și dacă luăm gradul  $m = 2$ , putem scrie explicit polinomul:

$$y(k) = ay(k-1) + bu(k-1) + cy(k-1)^2 + vu(k-1)^2 + wu(k-1)y(k-1) + z \quad (2)$$

unde  $a, b, c, v, w, z$  sunt coeficienți reali și parametrii modelului. De notat că modelul este neliniar, conține pătrate și produse între variabilele întârziate (spre deosebire de ARX standard, care ar conține doar termenii liniari în  $y(k-1)$  and  $u(k-1)$ ). Modelul (1) are o proprietate esențială: este liniar în parametri, ceea ce înseamnă că parametrii pot fi găsiți folosind metoda regresiei liniare.

De notat că forma liniară ARX este un caz special al formei generale (1), obținut prin alegerea gradului  $m = 1$ , ceea ce duce la:

$$\hat{y}(k) = ay(k-1) + bu(k-1) + c$$

și în plus impunând ca termenul liber să fie  $c = 0$  (fără această condiție, modelul se numește afin).

**Cerințele** sunt descrise în cele ce urmează. Programați o funcție care generează un model ARX neliniar de tip polinomial, pentru ordinele  $na, nb$  și gradul  $m$  configurabile; pentru simplitate, puteți fixa  $nk = 1$ . Programați de asemenea procedura de regresie pentru identificarea parametrilor, și utilizarea modelului cu intrări noi. De notat că această utilizare trebuie să se poată face în două moduri:

- Predicție (cu un pas înainte)  $\hat{y}$ , care folosește valorile reale ale ieșirilor întârziate ale sistemului; în exemplul (2), la pasul  $k$  s-ar aplica ecuația (2) folosind variabilele  $y(k-1)$  și  $u(k-1)$  în partea dreaptă a egalității.
- Simulare  $\tilde{y}$ , în care ieșirile precedente ale sistemului nu sunt disponibile, și ca atare nu se pot folosi decât ieșirile anterioare ale modelului însuși; în exemplu,  $y(k-1)$  ar fi înlocuit cu valoarea simulată precedent  $\tilde{y}(k-1)$  în partea dreaptă a ecuației (2)

Identificați un astfel de model ARX neliniar folosind setul de date de identificare, și validați-l pe setul de validare. Alegeți atent ordinele modelului și întârzierea, precum și gradul polinomului. Pentru a simplifica procedura de căutare, puteți lua  $na = nb$ . Prezentarea dvs. ar trebui să includă cel puțin următoarele elemente:

- O parte introductivă, care include o descriere a problemei.
- O scurtă descriere a structurii aproximativului și a procedurii de găsire a parametrilor.
- Orice caracteristici *esențiale* ale soluției dvs. individuale (nu includeți detalii triviale de implementare).
- Rezultate de reglare (cel puțin MSE în funcție de  $na = nb$  și de  $m$ , fie ca tabel, fie ca grafic).
- Pentru cel mai bun model obținut mai sus, grafice reprezentative cu ieșirea aproximată a modelului comparată cu ieșirea reală, atât pentru simulare, cât și pentru predicție, separat pentru seturile de date de antrenare și de validare. Graficele pentru un anumit set de date pot fi furnizate în aceeași figură, cu culori diferite.
- Corespunzător acestor grafice, raportați eroarea de predicție și eroarea de simulare atât pentru setul de identificare, cât și pentru cel de validare (folosiți eroarea medie pătratică).
- O discuție a rezultatelor, inclusiv calitatea modelului pe cele două seturi de date.
- O anexă cu listingul codului dezvoltat. Acest cod **nu** trebuie discutat în prezentarea orală, dar este necesar pentru a ușura evaluarea.

Prezentarea de mai sus este suficientă pentru implementarea metodei, dar pentru detalii tehnice puteți studia de ex. următoarele articole:

1. H. Peng et al., *RBF-ARX model-based nonlinear system modeling and predictive control with application to a NOx decomposition process*, Control Engineering Practice 12, paginile 191–203, 2007. Modelul este explicat în secțiunile 2.1-2.2, dar folosește în loc de polioname funcții de bază radiale reglabile în poziție și lățime.
2. L. Ljung, *System Identification*, Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, 2007. Disponibil sub formă de raport tehnic cu numărul LiTH-ISKY-R-2809. Vezi secțiunea 4 pentru modele neliniare, care din nou folosesc funcții de bază.

## Evaluare partea 2

Partea 2 va fi prezentată oral, similar cu partea 1: max 6 minute pentru slide-uri, min 14 minute pentru întrebări, în total 20 de minute, în săptămâna 14 a semestrului. Cu excepția situațiilor de forță majoră, orice student absent nu va avea proiectul validat, și ca atare nu va fi eligibil pentru examen. Termenul limită pentru prezentare și pentru cod este **22 decembrie 2023, cel târziu la 24:00**. În caz că un grup întârzie cu trimiterea soluției, fiecare nouă zi de întârziere începută duce la pierderea a două puncte din nota maximă, ca și pentru partea 1.

Vă rugăm să urmăriți strict următoarele instrucțiuni pentru trimiterea soluției.

- Soluția va consta din exact două fișiere, denumite exact: Nume1Nume2Nume3.pdf; și Nume1Nume2Nume3.zip, unde Numei este numele de familie al studentului “i” din grupul de proiect. De exemplu: IonescuFarkasBonta.pdf și IonescuFarkasBonta.zip.
- Primul fișier este prezentarea, care trebuie livrată **în format PDF**. Variantele PPT sau PPTX nu mai sunt acceptate. Este nevoie de o prezentare (slide-uri) – nu trimiteți raport în locul prezentării!
- Pentru identificare, primul slide al prezentării trebuie să conțină proeminent numele studenților din grup și indexul unic al grupului.
- Al doilea fișier conține codul în sine, trimis separat într-o **arhivă ZIP** (nu se acceptă alte formate). Important: Arhiva nu are voie să conțină subdirectoare, toate fișierele .m trebuie să fie în rădăcina arhivei.
- Aceste fișiere se vor trimite via un assignment în Teams.

## Programare în MATLAB și remarci adiționale

Dacă sunteți mai puțin familiari cu programarea în MATLAB, următoarele idei vă pot fi de folos. Scrieți `doc` în linia de comandă pentru accesarea documentației. Un nod util la început este *Getting Started with MATLAB*. Vor fi de folos de asemenea și *Matrices and Arrays*, *Programming Basics*, și *Plotting Basics*.

Faceți un efort pentru a produce un cod MATLAB compact și elegant, evitând folosirea buclelor `for`, `while` și a instrucțiunilor `if-then-else` pentru operații care pot fi efectuate mai simplu folosind vectori sau matrici. Indicii în această direcție găsiți căutând conceptul de “vectorizare” (en. *vectorization*) în documentația MATLAB. Nu exagerați însă cu vectorizarea: dacă programul este mai clar sau ușor de înțeles cu bucle sau instrucțiuni `if`, folosiți-le.